**Задачи и решенија**

**1.** Колку е интензитетот на гравитационата сила меѓу два електрона кои се наоѓаат на растојание r = 0,2 nm? Масата на електронот е $m = 9\cdot10^{-31}$ kg. Гравитационата константа е $\gamma = 6{,}67\cdot10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2/kg^2}$.

$$F_g = \gamma\frac{m_1m_2}{r^2} = \gamma\frac{(m_e)^2}{r^2} = 6{,}67\cdot10^{-11}\,\frac{(9\cdot10^{-31})^2}{(0{,}2\cdot10^{-9})} = 1{,}35\cdot10^{-51}\,\mathrm{N}$$

**2.** Јачината на гравитационото поле во некоја точка е G = 9,8 N/kg, а гравитациониот потенцијал φ = –67 MJ/кг. Ако во оваа точка на гравитационото поле се постави тело со маса m = 2 kg:

а) колкава гравитациона сила ќе дејствува на телото?

б) колкава гравитациона потенцијална енергија телото ќе добие?

$$\text{a)}\quad F_g = mG = 19{,}6\,\mathrm{N};$$

$$\text{b)}\quad E_p = m\varphi = -134\,\mathrm{MJ}$$

**3.** Колкава е јачината на гравитационото поле на тело со маса m = 1 kg, на растојание r = 10 m? Гравитационата константа е $\gamma = 6{,}67\cdot10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2/kg^2}$.

$$G = \gamma\frac{m}{r^2} = 0{,}667\ \mathrm{pN/kg}$$

**4.** Колкав е гравитациониот потенцијал на гравитационото поле на тело со маса m = 1 kg на растојание r = 6,67 m?

$$\varphi = -\gamma\frac{m}{r} = -10\ \mathrm{pJ/kg}. \qquad [\mathrm{J = N\cdot m}]$$

**5.** Колку е односот на

а) јачината на гравитационото поле,

б) гравитациониот потенцијал,

на точка која се наоѓа на висина h = 37 km и точка на површината на Земјата? Средниот полупречник на Земјата е R = 6374 km.

а) $$G_1 = \gamma\frac{M}{R^2} = \gamma\frac{\frac{4}{3}\pi R^3\rho}{R^2} = \frac{4}{3}\gamma\pi\rho R$$

$$G_2 = \gamma\frac{M}{(R+h)^2} = \gamma\frac{\frac{4}{3}\pi R^3\rho}{(R+h)^2} = \frac{G_1}{\left(1+\frac{h}{R}\right)^2}$$

Па односот е $\dfrac{G_2}{G_1} = \dfrac{1}{\left(1+\frac{h}{R}\right)^2} = 0{,}9885$

б) $$\varphi_1 = -\gamma\frac{M}{R} = -\gamma\frac{\frac{4}{3}\pi R^3\rho}{R} = -\frac{4}{3}\gamma\pi\rho R^2$$

$$\varphi_2 = -\gamma\frac{M}{(R+h)} = -\gamma\frac{\frac{4}{3}\pi R^3\rho}{(R+h)} = \frac{\varphi_1}{\left(1+\frac{h}{R}\right)}$$

Па односот е $\frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{1}{\left(1+\frac{h}{R}\right)} = 0{,}9942$

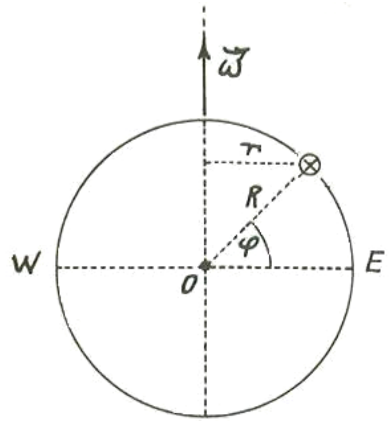
**6.** Колку најмалку енергија е потребно за да земјин вештачки сателит, со маса m = 2 t, помине од орбита чија висина е $h_1 = R_Z$ на орбита чија висина е $h_2 = 2R_Z$, каде $R_Z$ е полупречник на Земјата? Да се земе дека средната густина на материјалот од кој е направена Земјата е $\rho = 5500\ kg/m^3$, а средниот полупречник на Земјата е $R_Z = 6370$ km.

$$E = A = \gamma m M\left(\frac{1}{R_Z} - \frac{1}{2R_Z}\right) = \frac{2}{3}\pi\rho\gamma m R_Z^2 = 62{,}5\,GJ$$

**7.** Колку работа треба да се изврши за да тело со маса m = 1 kg, се премести од средината на Земјата до нејзината површина? Да се земе дека средната густина на материјалот од кој е направена Земјата е $\rho = 5500\ kg/m^3$, а средниот полупречник на Земјата е $R_Z = 6370$ km.

$$A = m\Delta\varphi = m(\varphi_0 - 0) = \gamma\frac{mM}{R_Z} = \frac{4}{3}\pi\rho\gamma m R_Z^2 = 125\ GJ$$

**8.** Да се најде зависноста на линиската брзина од географската ширина за тела на површината на Земјата. Колку е таа брзина за географска ширина $\varphi = 45^o$? Средниот полупречник на Земјата е $R_Z = 6374$ km.




Од сликата се гледа дека:

$$v = wr, \qquad r = R\cos\varphi$$

$$v(\varphi) = wR\cos\varphi = v_0\cos\varphi$$

каде $в_0$ е линиска брзина на точка на екваторот.

За $\varphi = 45^\circ$ следува

$$v = \frac{2\pi}{T}R\cos 45^\circ = \sqrt{2}\,\pi\frac{R}{T} = 327{,}8\ m/s$$

**9.** а) Колку е линиската брзина на Земјата по орбита околу Сонцето ако се знае дека масата на Сонцето $m_S = 2\cdot10^{30}$ kg, а растојанието од Земјата до Сонцето е $d = 1{,}5\cdot10^{11}$ m?

б) Колку е забрзувањето на Сончевата тежа на површината на Земјата?

а) $$F_g = F_c \quad\Rightarrow\quad \gamma\frac{m_Z m_S}{d^2} = m_Z\frac{v^2}{d}$$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma m_S}{d}} = 29{,}8\,km/s$$

б) $$g_S = \gamma\frac{m_S}{d^2} = 6\cdot10^{-3}\ m/s^2$$

**10.** Во авион кој лета на висина h = 16 km, се наоѓа тело со маса m = 1 kg.

а) Колкав е интензитетот на гравитационата сила која дејствува на телото?

б) Ако авионот лета со постојана брзина во пределот на полот или екваторот, колкава сила на тежа ќе дејствува на телото?

Средниот полупречник на Земјата е R = 6374 km, а масата $M = 6\cdot10^{24}$ kg.

а) $F_g = \gamma \dfrac{mM}{(R+h)^2} = 9{,}802\ \text{N}$

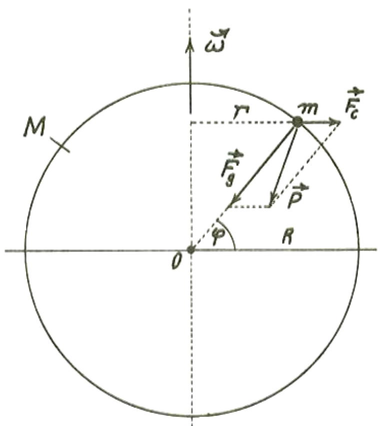
б) На полот:

$P_p = F_g = 9{,}802\ \text{N}$

На екваторот:

$$P_e = F_g - F_c = F_g - mw^2(R+h) = F_g - m(R+h)\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 9{,}768\ \text{N}$$

**11.** Да се изведе зависноста на силата на Земјината тежа од географската ширина за тела на површината на Земјата.




$$\vec{P} = \vec{F_g} + \vec{F_c}$$

$$F_g = \gamma \frac{mM}{R^2}, \quad F_c = mw^2 r = mw^2 R\cos\varphi = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R\cos\varphi$$

На основа на косинусната теорема:

$$P(\varphi) = \sqrt{F_g^2 + F_c^2 - 2F_gF_c\cos\varphi} =$$

$$= \sqrt{\gamma^2\frac{m^2M^2}{R^4} + m^2w^4R^2\cos^2\varphi - 2\gamma\frac{m^2M}{R}w^2\cos^2\varphi}$$

**12.** Колкава е енергијата на взаемно дејство на две точкасти тела, со маса $m_1$ и $m_2$, кога се наоѓаат на растојание $r_0$?

$$F(r) = \gamma\frac{m_1m_2}{r^2}$$

$$E_p = \int_{+\infty}^{r_0} F(r)dr = \gamma m_1m_2\int_{+\infty}^{r_0}\frac{dr}{r^r} = -\gamma\frac{m_1m_2}{r_0}$$

**13.** Ако периодот на движење на Земјата околу Сонцето е T = 365 дена, а растојанието помеѓу нив $d = 1{,}5\cdot10^{11}$ m, да се пресмета масата на Сонцето?

$$\gamma\frac{m_Zm_S}{d^2} = m_Zw^2d \qquad w = 2\pi/T$$

$$m_S = \frac{4\pi^2}{\gamma}\frac{d^3}{T^2} \approx 2\cdot10^{30}\ \text{kg}$$

**14.** Да се оцени вкупната механичка енергија која ја поседува Земјата при движењето по својата елиптична патека околу Сонцето. Масата на Земјата и Сонцето се приближно $M_Z = 6\cdot10^{24}$ kg и $M_S = 2\cdot10^{30}$ kg. Максималното растојание Земја - Сонце изнесува $d = 1{,}52\cdot10^{11}$ m.

$$E = E_p + E_k$$

$$E_p = -\gamma \frac{M_S M_Z}{d} \qquad E_k = \frac{M_Z v^2}{2} = \gamma \frac{M_S M_Z}{2d}$$

$$E = -\gamma \frac{M_S M_Z}{2d} = -2{,}63 \cdot 10^{33}\ \text{J}$$

**15.** Вештачки Земјин сателит се движи по кружна патека. Кој е односот на кинетичката и потенцијалната енергија на сателитот?

Потенцијалната енергија на сателитот на површината на Земјата е:

$$E_{p1} = -\gamma \frac{mM_Z}{R_Z} = -mgR_Z$$

а на патот околу Земјата:

$$E_{p2} = -\gamma \frac{mM_Z}{r} = -mg\frac{R_Z^2}{r}$$

значи прирастот на потенцијалната енергија, т.е. потенцијалната енергија на сателитот во движење:

$$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = mgR_Z\left(1 - \frac{R_Z}{r}\right)$$

А кинетичката енргија е:

$$\frac{mv^2}{r} = \gamma \frac{mM_Z}{r^2} = mg\frac{R_Z^2}{r^2} \qquad E_k = \frac{mgR_Z^2}{2r}$$

Бараниот однос на енергиите е: $\dfrac{\Delta E_p}{E_k} = 2\left(\dfrac{r}{R_Z} - 1\right)$

**16.** а) Колкава брзина треба да има вештачки земјин сателит кој се движи по кружна патека на висина H?

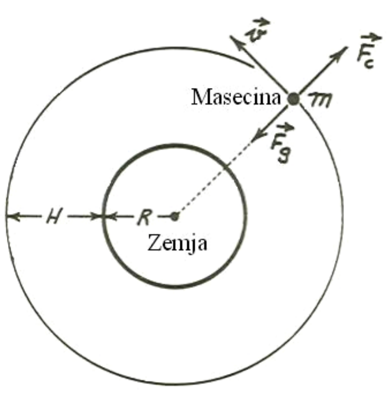
б) Колку е периодот на движење на овој сателит?

а) Од условот на динамичка рамнотежа на центрифугалната и гравитационата сила (види слика) следува дека:

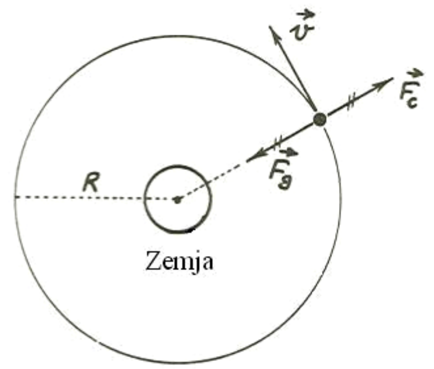
$$\gamma \frac{mM}{(R+H)^2} = \frac{mv^2}{R+H} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\gamma \frac{M}{R+H}}$$

б) Периодот на движење е:

$$T = \frac{2\pi}{w} = \frac{2\pi(R+H)}{v} = 2\pi(R+H)\sqrt{\frac{R+H}{\gamma M}}$$




**17.** Да се одреди периодот на движење на Месечината околу Земјата ако е познато дека забрзувањето на слободното паѓање на Земјината површина $g_0 = 9{,}83\ \text{m/s}^2$, Земјиниот полупречник $R_Z = 6{,}37 \cdot 10^6$ m, а растојанието од центарот на Земјата до центарот на Месечината е $R = 3{,}8 \cdot 10^8$ m.




$$\frac{M_m v^2}{R} = \gamma \frac{M_m M_Z}{R^2}; \qquad v = wr = \frac{2\pi R}{T}; \qquad g_0 = \gamma \frac{M_Z}{R_Z^2}$$

$$T = 2\pi R \sqrt{\frac{R}{\gamma M_Z}} = \frac{2\pi R}{R_Z} \sqrt{\frac{R}{g_0}} = 2{,}3 \cdot 10^6 \text{ s} \approx 27 \text{ dena}$$

**18.** Стационарен Земјин сателит се движи околу Земјата по кружна патека.
а) Колку е полупречникот на неговото движење?
б) Колку се неговите брзина и забрзување?

а) $$mrw^2 = \gamma \frac{mM_Z}{r^2} \qquad r = \sqrt[3]{\frac{\gamma M_Z}{w^2}}$$

Поради тоа што во прашање е стационарен сателит, т.е. сателит кој се движи синхроно со Земјата важи: $w = \dfrac{2\pi}{T_Z}$

$$r = \sqrt[3]{\frac{\gamma M_Z T_Z^2}{4\pi^2}} = 4{,}2 \cdot 10^7 \text{ m}$$

б) $$v = wr = 2{,}1 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

$$a = a_n = v^2 / r = 0{,}22 \text{ m/s}^2$$

**19.** Планета со маса м, се движи по кружна патека околу Сонцето со брзина v = 34,9 km (во однос на Сонцето). Да се определи периодот на движење на оваа планета околу Сонцето, сметајќи дека е позната масата на Сонцето $M_S = 2 \cdot 10^{30}$ kg?

$$\frac{mv^2}{R} = mR^2 w = \gamma \frac{mM_S}{R^2}; \qquad T^2 = \frac{4\pi^2 R^3}{\gamma M_S}; \qquad R = \frac{\gamma M_S}{v^2}$$

$$T = \frac{2\pi \gamma M_S}{v^3} \approx 225 \text{ dena}$$

**20.** За пресметување на нормалните вредности на силата на тежата на ниво на референтниот геоид се користи равенката:

$$g_\varphi = 9{,}780318(1 + 0{,}0053024 \sin^2 \varphi - 0{,}0000059 \sin^2 2\varphi)$$

Да се пресметаат вредностите на силата на тежа на екваторот (φ=0°), на географска ширина на Атина (φ = 38°), Скопје (φ = 42°) и на Северниот пол (φ = 90°).

За екваторот $\varphi = 0^\circ$

$$g_\varphi = 9{,}780318(1 + 0{,}0053024 \sin^2 0^\circ - 0{,}0000059 \sin^2 2 \cdot 0^\circ) = 9{,}780318 \text{ms}^{-2}$$

За Атина $\varphi = 38^\circ$

$$g_\varphi = 9{,}780318(1 + 0{,}0053024 \sin^2 38^\circ - 0{,}0000059 \sin^2 2 \cdot 38^\circ) = 9{,}7999203 \text{ms}^{-2}$$

За Северниот пол $\varphi = 90^\circ$

$$g_\varphi = 9{,}780318(1 + 0{,}0053024\sin^2 90^\circ - 0{,}0000059\sin^2 2\cdot 90^\circ) = 9{,}8321194\,ms^{-2}$$

За Скопје $\varphi = 41^\circ 59' = 41{,}983333^o$

$$g_\varphi = 9{,}780318(1 + 0{,}0053024\sin^2 41{,}9833^\circ - 0{,}0000059\sin^2 2\cdot 41{,}9833^\circ) =$$
$$= 9{,}8034651\,ms^{-2}$$

За Штип $\varphi = 41^\circ 45' = 41{,}75^o$

$$g_\varphi = 9{,}780318(1 + 0{,}0053024\sin^2 41{,}75^\circ - 0{,}0000059\sin^2 2\cdot 41{,}75^\circ) =$$
$$= 9{,}8032553\,ms^{-2}$$

За Струмица $\varphi = 41^\circ 25' = 41{,}41667^o$

$$g_\varphi = 9{,}780318(1 + 0{,}0053024\sin^2 41{,}41667^\circ - 0{,}0000059\sin^2 2\cdot 41{,}41667^\circ) =$$
$$= 9{,}8029559\,ms^{-2}$$

За Охрид $\varphi = 41^\circ 07' = 41{,}11667^o$

$$g_\varphi = 9{,}780318(1 + 0{,}0053024\sin^2 41{,}11667^\circ - 0{,}0000059\sin^2 2\cdot 41{,}11667^\circ) =$$
$$= 9{,}8026868\,ms^{-2}$$

Да се пресметаат вредностите на силата на тежата за следните градови:
Битола $\varphi = 41{,}04^\circ$
Куманово $\varphi = 42{,}14^\circ$
Тетово $\varphi = 42{,}01^o$
Прилеп $\varphi = 41{,}36^o$
Велес $\varphi = 41{,}73^o$
Гостивар $\varphi = 41{,}80^o$
Струга $\varphi = 41{,}18^o$
Кочани $\varphi = 41{,}93^o$
Кичево $\varphi = 41{,}51^o$
Кавадарци $\varphi = 41{,}44^o$
Крива Паланка $\varphi = 42{,}22^o$
Дебар $\varphi = 41{,}52^o$
Гевгелија $\varphi = 41{,}15^o$
Свети Николе $\varphi = 41{,}91^o$
Ресен $\varphi = 41{,}09^o$

Атина $\varphi = 37^\circ 58'$
Солун $\varphi = 40^\circ 34'$
Софија $\varphi = 42^\circ 41'$
Тирана $\varphi = 41^\circ 19'$

Белград $\varphi = 44^{\circ}47'$

Букурешт $\varphi = 44^{\circ}25'$

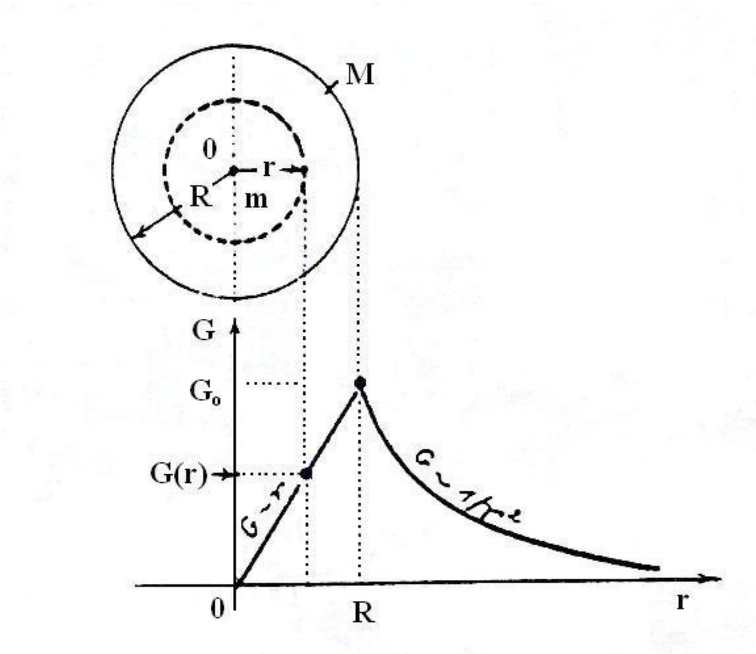
**21.** Нацртај го дијаграмот на зависност на гравитационото поле на Земјата од растојанието на точката на посматрање, т.е. дијаграмот на зависноста $G = G(r)$.

Решение:

за $r \leq R$ имаме $G(r) = \gamma \frac{m}{r^2} = \frac{4}{3}\pi\rho\gamma\, r \approx r$

за $r \geq R$ имаме $G(r) = \gamma \frac{m}{r^2} = \frac{4}{3}\pi\rho\gamma\, R^3 \frac{1}{r^2} \approx \frac{1}{r^2}$

за $r = R$ имаме $G(r) = G_0 = \frac{4}{3}\pi\rho\gamma\, R$



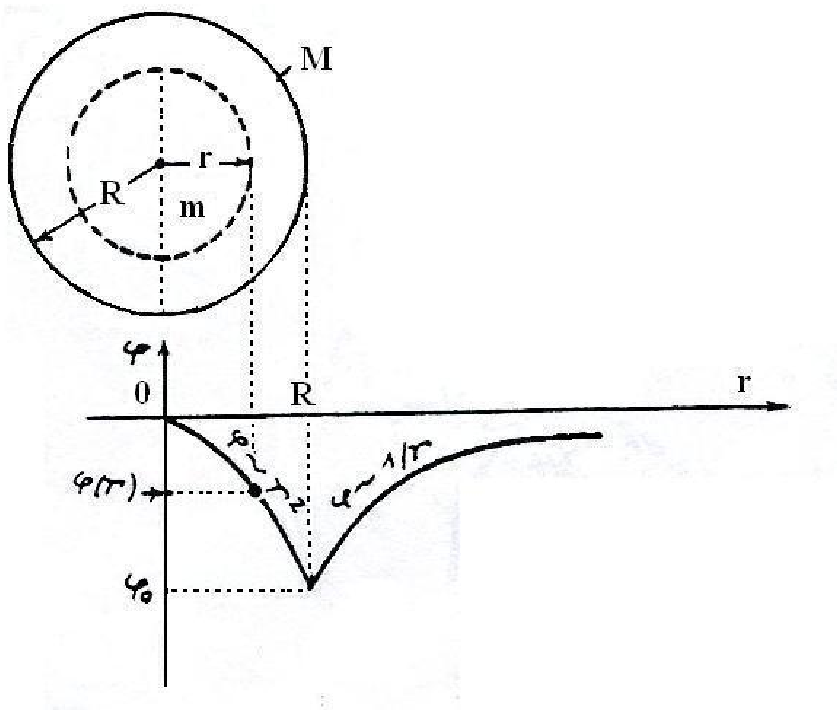

1. Нацртај го дијаграмот на зависност на гравитациониот потенцијал на Земјата од растојанието на точката на посматрање, т.е. дијаграмот на зависноста $\varphi = \varphi(r)$.

Решение:

за $r \leq R$ имаме $\varphi(r) = -\gamma \frac{m}{r} = -\frac{4}{3}\pi\rho\gamma\, r^2 \approx r^2$

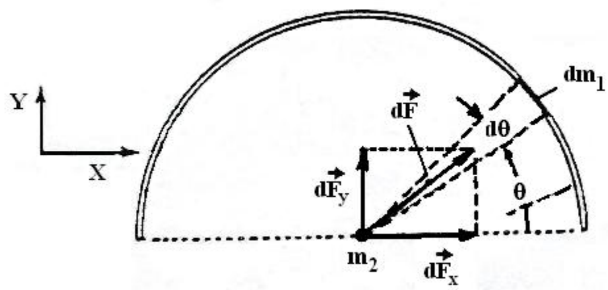
за $r \geq R$ имаме $\varphi(r) = -\gamma \frac{m}{r} = -\frac{4}{3}\pi\rho\gamma\, R^3 \frac{1}{r} \approx \frac{1}{r}$

за $r = R$ имаме $\varphi(r) = \varphi_0 = -\frac{4}{3}\pi\rho\gamma\, R^2$




**22.** Тенка хомогена жица со маса $m_1 = 0,1$ kg свиткана во форма на полукруг со полупречник r = 0,25 m во чиј центар се наоѓа кугла со маса $m_1 = 0,15$ kg. Да се одреди интензитетот на гравитационата сила која дејствува помеѓу куглата и жичениот полукруг.

Решение:




Гравитационата сила помеѓу елементарната маса $dm_1$, на сликата и куглата со маса $m_2$ е:

$$dF = \gamma \frac{m_2 dm_1}{r^2}, \text{ каде што } \frac{dm_1}{m_1} = \frac{d\theta}{\pi} \Rightarrow dm_1 = m_1 \frac{d\theta}{\pi}$$

Бидејќи x – компонентите на силата взаемно се поништуваат, се добива:

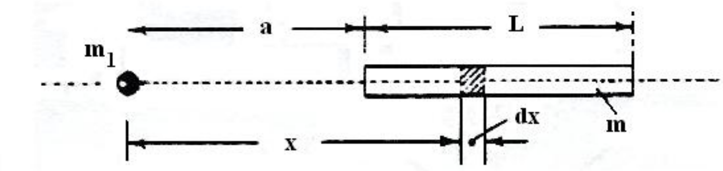
$$dF = \frac{2\gamma}{\pi} \frac{m_1 m_2}{r^2} \int_0^{\pi/2} \sin\theta \, d\theta$$

Вкупната сила на взаемно дејство е:

$$F = \frac{2\gamma}{\pi} \frac{m_1 m_2}{r^2} = 10,2 \, pN$$

**23.** Тенок хомоген прав стап со должина l = 0,1 m и маса m = 2 kg, се наоѓа на растојание a = 10 cm од сферна кугла со маса $m_1 = 0,2$ kg, како на сликата. Да се пресмета гравитационата сила на заемно дејство на двете тела.

Решение:




Интензитетот на гравитационата сила со која взаемно си дејствуваат стапот и куглата може да се изрази со релацијата:

$$F = m_1 G$$

каде што G е јачина на гравитационото поле на стапот на местото каде што се наоѓа куглата со маса $m_1$. Гравитационото поле на елементарниот дел на стапот со маса dm, во точка на растојание a од крајот на стапот е (види слика):

$$dG = \gamma \frac{dm}{x^2}$$

каде што $\frac{dm}{m} = \frac{dx}{l} \Rightarrow dm = \frac{m}{l} dx$

$$dG = \gamma \frac{m}{l} \frac{dx}{x^2}$$

Вкупното гравитационо поле на стапот во разгледуваната точка е:

$$G = \gamma \frac{m}{l} \int_0^{a+l} \frac{dx}{x^2} = -\gamma \frac{m}{l} \frac{a-(l+a)}{a(a+l)} = \frac{\gamma m}{a(a+l)}$$

Силата на взаемното дејство помеѓу стапот и куглата е:

$$F = m_1 G = \gamma \frac{m m_1}{a(a+l)} = 242{,}5\,\text{pN}$$

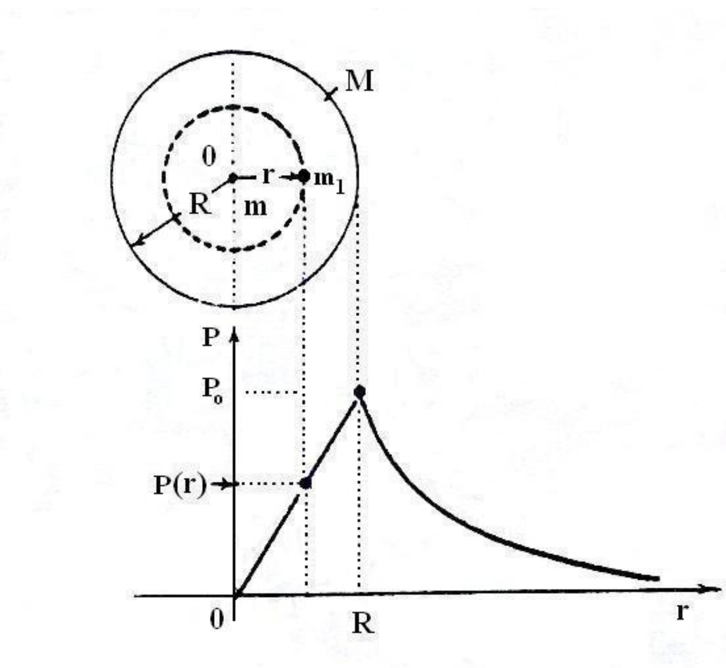
**24.** Занемарувајќи го влијанието на ротацијата на Земјата на големината на силата на тежата, со која Земјата дејствува на телата во своето гравитационо поле, да се најде зависноста на силата на тежата од растојанието од средиштето на Земјата.

Решение:

Поради тоа што е усвоено да $P \approx F_g = m_1 G$, каде што G е јачина на гравитационото поле на набљудуваното растојание r од средиштето на Земјата, и за $r \leq R$, како на сликата, јачината на гравитационото поле е:

$G = \gamma \frac{m}{r^2}$, следува дека

$P(r) = m_1 \cdot \gamma \frac{m}{r^2} = \frac{4}{3} \pi \rho \gamma m_1 r \approx r$, каде што $m_1$ е маса на телото.




Всушност за $r \le R$ се зема во предвид само гравитационото поле од делот на Земјата со полупречник r, а не се зема гравитационото поле на делот на Земјата помеѓу сферите на полупречниците r и R, затоа што влијанието на ова поле на тело што се наоѓа во сферата на полупречникот r, меѓусебно се компензира.

За $r \ge R$ , $G = \gamma \frac{M}{r^2}$ , па тогаш:

$$P(r) = m_1 \gamma \frac{M}{r^2} = \frac{4}{3}\pi\rho\gamma R^3 m_1 \frac{1}{r^2} \approx \frac{1}{r^2}$$

При што:

$$P(R) = P_o = \frac{4}{3}\pi\rho\gamma m_1 R.$$

**25.** Да се пресмета поправката за висина на точка Пелистер со висина h = 1831 m, на географска ширина од 41,01°, на која е измерена вредност на силата на тежата $g_m$ = 9,43014 m/s². Средната вредност на нормалното поле на Земјата е $g_o$ = 9,81 m/s². Средниот радиус на Земјата изнесува 6375 km.

Решение:

За Пелистер $\varphi = 41{,}01^o$

$$g_\varphi = 9{,}780318(1 + 0{,}0053024\sin^2 41{,}01^\circ - 0{,}0000059\sin^2 2\cdot 41{,}01^\circ) =$$

$$= 9{,}8025913\,\mathrm{ms}^{-2}$$

$$\Delta g_o = -\frac{2g_o}{R}h = -\frac{2\cdot 9{,}8}{6375\cdot 10^3}\cdot 2601 = -0{,}0079968\,\mathrm{m/s^2} = -7{,}9968\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m/s^2}$$

$$g_n = g_\varphi + \Delta g_o = g_\varphi - \frac{2g_o}{R}h = 9{,}794595\,\mathrm{m/s^2}$$

$$\Delta g_f = g_m - g_n = g_m - g_\varphi + \frac{2g_o}{R}h = -0{,}364454\,\mathrm{m/s^2}$$

**26.** Да се пресмета поправката за слој и Бугеовата аномалија за истата точка од претходната задача, ако теренот е изграден од сиенит. Густината на сиенитот изнесува 2,62 g/cm³.

Решение:

$$\Delta g_s = 2\pi G\sigma h = 41{,}93 \cdot 10^{-11} \cdot \sigma h = 0{,}00324998\, m/s^2$$

$$g_n = g_\varphi + \Delta g_o + \Delta g_s = g_\varphi - \frac{2g_o}{R}h + 2\pi G\sigma h = 9{,}7978445\, m/s^2$$

$$\Delta g_b = g_m - g_n = g_m - g_\varphi - \Delta g_o - \Delta g_s = g_m - g_\varphi + \frac{2g_o}{R}h - 2\pi G\sigma h$$

$$\Delta g_b = -0{,}367704$$

**27.** Тело во форма на сфера со радиус R = 48 m, се наоѓа на длабочина h = 95 m од неговиот центар. Телото е изградено од перидотитска маса со густина $\sigma_1 = 3{,}20\, g/cm^3$ и истото се наоѓа во гранитска средина со густина $\sigma_2 = 2{,}52\, g/cm^3$. Да се пресметаат и нацртаат дијаграмите на силата на тежата $\Delta g$, хоризонталниот градиент $Uxz$ и вертикалниот градиент $Uzz$, ако се знае дека x = 10, 20, 30, 40,......,100 m.

Решение:

$$\Delta g = \frac{GMh}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

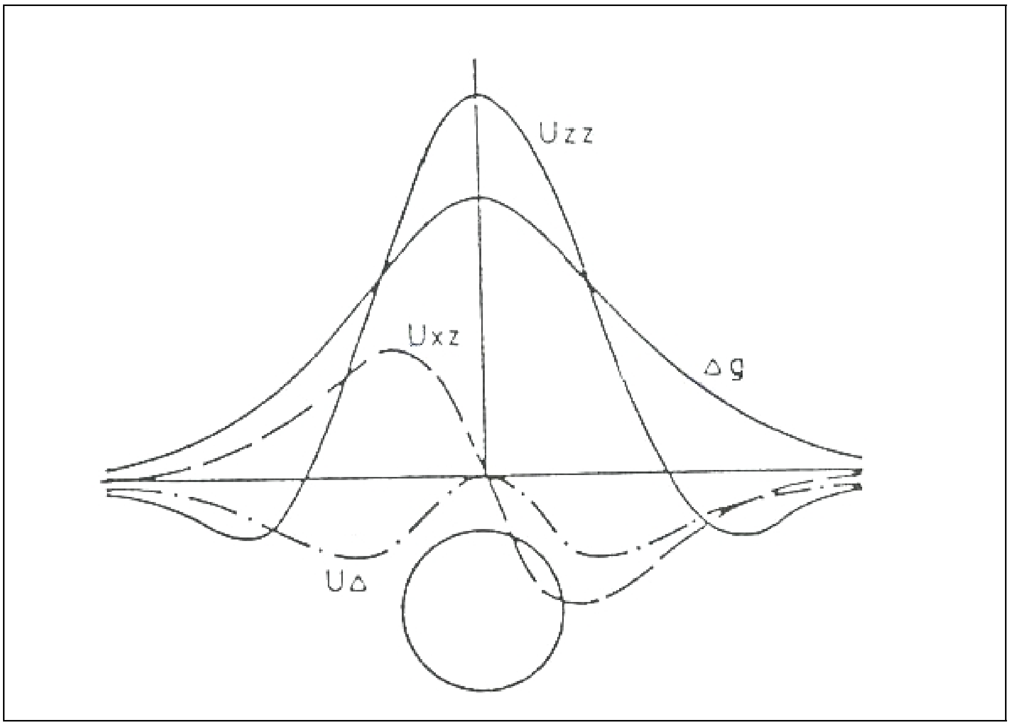
За x = 0, имаме $\Delta g_{max} = \frac{GM}{h^2}$

Масата на сферата е: $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \Delta\sigma = \frac{4}{3}\pi R^3 (\sigma_1 - \sigma_2)$

$$U_{xz} = \frac{\partial(\Delta g)}{\partial x} = \frac{-3GMhx}{(x^2 + h^2)^{5/2}}$$

$$U_{zz} = \frac{\partial(\Delta g)}{\partial z} = \frac{GM(2h^2 - x^2)}{(x^2 + h^2)^{5/2}}$$

| X(m) | $\Delta g$ [$10^{-6}$] ($m/s^2$) | Uxz [$10^{-8}$] | Uzz [$10^{-8}$] |
|---|---|---|---|
| 0 | 2,3281 | 0 | 4,9012 |
| ± 10 | 2,2899 | -/+ 0,7528 | 4,7416 |
| ± 20 | 2,1815 | -/+ 1,3887 | 4,3002 |
| ± 30 | 2,0187 | -/+ 1,8306 | 3,6718 |
| ± 40 | 1,8225 | -/+ 2,0584 | 2,9702 |
| ± 50 | 1,6133 | -/+ 2,0997 | 2,2913 |
| ± 60 | 1,4071 | -/+ 2,0062 | 1,6953 |
| ± 70 | 1,2147 | -/+ 1,8319 | 1,2075 |
| ± 80 | 1,0419 | -/+ 1,6211 | 0,8283 |
| ± 90 | 0,8907 | -/+ 1,4043 | 0,5447 |
| ± 100 | 0,7606 | -/+ 1,1994 | 0,3388 |


Uzz
Uxz
Δg
UΔ